合肥市 2018 年高三第四次教学质量检测

数学试题（理）

（考试时间：120 分钟　　满分：150 分）

注意事项：

1．选择题用答题卡的考生，答第 I 卷前，务必将自己的姓名、准考证号、试题科目用 2B 铅笔涂写在答题卡上．

2．选择题用答题卡的考生，在答第 I 卷时，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，不能答在试题卷和答题卷的选择题栏中；不用答题卡的考生，在答第 I 卷时，每小题选出答案后，填在答题卷相应的选择题栏上．

3．答第Ⅱ卷时，考生务必将自己的学校、姓名、考点、准考证号填在答题卷相应的位置；答题时，请用 0.5 毫米的黑色签字笔直接答在答题卷上，不要在试题卷上答题．

4．考试结束，监考人将答题卷和答题卡一并收回，第 I、Ⅱ卷不收回．

第 I 卷（满分 50 分）

一、选择题（本大题共 l0 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．$\dfrac{2-3i}{3+2i}+(1-i)^2=$（　　）

A．$-1+2i$　　　　B．$2+i$

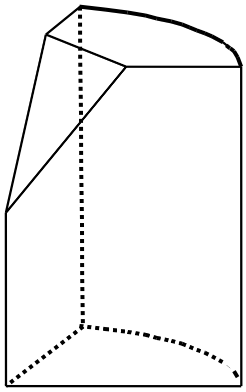
C．$3i$　　　　D．$-3i$

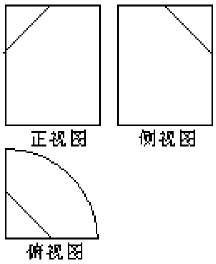
2．已知$U=R$，$A=\left\{x\,\middle|\,|x-2|\le 1\right\}$，$B=\left\{y\,\middle|\,y=\left(\frac{1}{2}\right)^x+1\right\}$，（　　）

A．$[3,+\infty)$　　　　B．$(3,+\infty)$

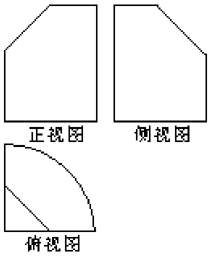
C．$[1,3]$　　　　D．$(1,3)$

3．右图是某几何体的直观图，其三视图正确的是（　　）

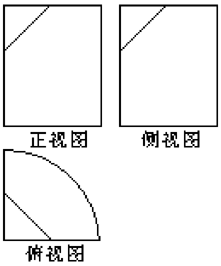




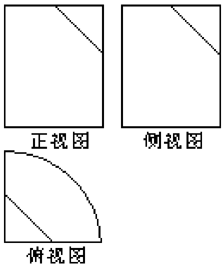
A．



B



C．



D．

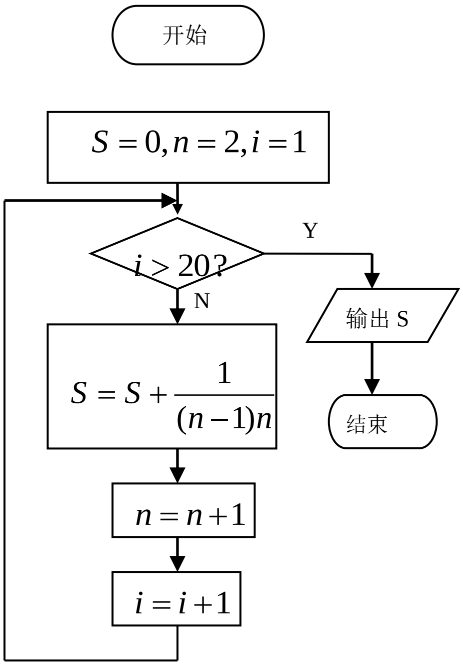
4．右图所示的程序框图输出的结果为（　　）

A．$\dfrac{19}{20}$

B．$\dfrac{18}{19}$

C．$\dfrac{21}{22}$

D．$\dfrac{20}{21}$



第 4 题

5．设定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足以下两个条件：

（1）对 $\forall x\in R$，都有 $f(x)+f(-x)=0$ 成立；

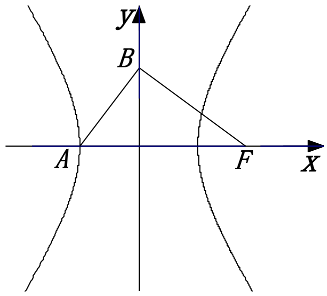
（2）当 $x<0$ 时，$\left(x^2+2x\right)f'(x)\geq 0$

则下列不等关系中正确的是（　　）

A．$f(-1)\leq f(0)$　　B．$f(-2)\leq f(-3)$

C．$f(2)\geq f(0)$　　D．$f(1)\geq f(2)$

6．如图，双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$中，$F$ 为右焦点，A 为左顶点，点 B 的坐标为 $B\left(0,b\right)$，若 $AB\perp BF$，则此双曲线的离心率为（　　）



第 6 题

A．$\sqrt{2}$　　　　B．$\sqrt{3}$

C．$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

7．已知$\vec{a}=\left(1,t\right),\vec{b}=(3t,2)$，那么$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2}$的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,2\sqrt{2}\right]$；B．$\left[2\sqrt{2},+\infty\right)$；C．$\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{4},\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right]$；D．$\left[0,\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right]$

8．已知实数u,v，定义运算$u*v=(u-1)v$，

设$u=\cos\theta+\sin\theta,v=\cos\theta-\sin\theta-1$，则当$\dfrac{\pi}{4}\le\theta\le\dfrac{2\pi}{3}$时，$u*v$是的值域为（　　）

A．$\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right]$　　　　B．$\left[-\dfrac{1}{2},0\right]$

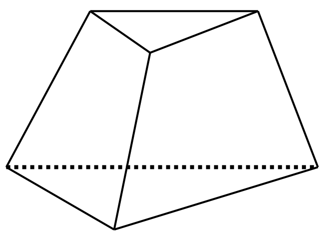
C．$\left[0,4\right]$　　　　D．$\left[1-\sqrt{2},\dfrac{3}{2}\right]$

9．定义在 R 上函数 $f(x)=\begin{cases}\sin(\dfrac{3\pi}{2}x), & x\le 0,\\ f(x-1)-f(x-2), & x>0\ .\end{cases}$ 则 $f(2010)$ 的值为（　　）

A．-1　　　　B．0

C．1　　　　D．2

10．从足够多的四种颜色的灯泡中任选六个安置在如右图的 6 个顶点处，则相邻顶点处灯泡颜色不同的概率为（　　）



A． $\dfrac{228}{4^6}$　　　　B． $\dfrac{240}{4^6}$

C． $\dfrac{264}{4^6}$　　　　D． $\dfrac{288}{4^6}$

第Ⅱ卷（满分 100 分）

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11．在$\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{1}{x}\right)^6$的展开式中$x$的指数是整数的项共有__________项．

12．数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_n = 3S_n + 1\ (n \in N^*)$，则$S_5$为______________．

13．已知$\begin{cases} x+2y-6 \ge 0 \\ 2x-y-8 \le 0 \\ y \le 6 \end{cases}$，则$z = ax - y\ \ (a > 2)$的取值范围是______________．

14．在锐角ΔABC中，$\angle C = 2\angle B$，则$\dfrac{a}{b}$的取值范围是____________________

15．给出以下几个命题：

①已知函数$f(x)=\begin{cases} x^2+4x+2\ , & x<-1, \\ 2, & x \ge -1. \end{cases}$ 则$f(x)=x$有三个根；

②$\exists x_0 \in R$, $x_0 \le \sin x_0$；

③过空间任一点，有且只有一个平面与两异面直线同时平行；

④两条直线$l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$与直线$l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$平行的充要条件是$\begin{cases} A_1B_2 = A_2B_1\ , \\ B_1C_2 \ne B_2C_1\ . \end{cases}$

⑤$y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{x-1}\right)}$的定义域是$\left[2\ , +\infty\right)$.

则正确的命题有____________________（填序号）.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 75 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

16．（本小题满分 12 分）

已知$\vec{a}=(\sin(\omega x+\phi),2)$，$\vec{b}=(1,\cos(\omega x+\phi))(\omega>0,0<\phi<\dfrac{\pi}{4})$，函数$f(x)=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})-2$，$y=f(x)$的图象的相邻两对称轴之间距离为 2，且过点$A(1,\dfrac{3}{2})$.

（1）求$f(x)$的表达式；

（2）求$f(x)$的单调递增区间.

17.（本小题满分 12 分）

上海世博会于 2010 年 5 月 1 日正式开幕，按规定个人参观各场馆需预约，即进入园区后持门票当天预约，且一张门票每天最多预约六个场馆．考虑到实际情况（排队等待时间等），张华决定参观甲、乙、丙、丁四个场馆．假设甲、乙、丙、丁四个场馆预约成功的概率分别是$\dfrac{2}{5},\dfrac{3}{5},\dfrac{3}{5},\dfrac{3}{5}$，且它们相互独立互不影响.

（1）求张华能成功预约甲、乙、丙、丁中两个场馆的概率；

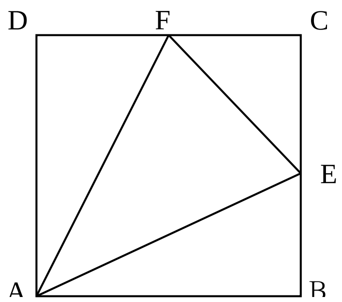
（2）用ξ表示能成功预约场馆的个数，求随机变量ξ的分布列和数学期望.

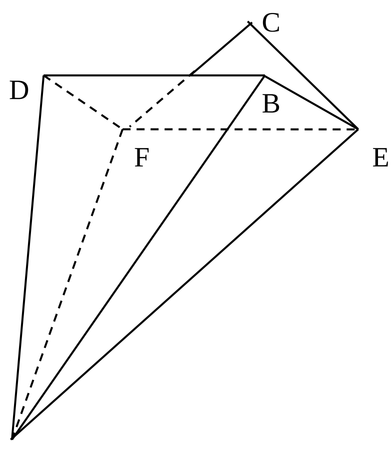
18.（本小题满分 12 分）

已知四边形$ABCD$是边长为$2\sqrt{2}$的正方形，E，F分别为BC，CD的中点，沿AE，AF，EF将ΔABE，ΔADF，ΔCEF向同侧折叠且与平面AEF成直二面角，连接BD.

（1）求证$BD\perp AC$；

（2）求平面CEF与平面ABE所成锐角的余弦值.





19．（本小题满分 13 分）

已知函数 $f\left(x\right)=e^{x}-a(x-1)$，$x\in R$．

（1）若实数 $a>0$，求函数 $f(x)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上的极值；

（2）记函数 $g(x)=f(2x)$，设函数 $y=g(x)$ 的图象 C 与 y 轴交于 P 点，曲线 C 在 P 点处的切线与两坐标轴所围成的图形的面积为 $S(a)$，求当 $a>1$ 时 $S(a)$ 的最小值．

20．（本小题满分 13 分）

已知曲线 D：$\begin{cases}x=2\sqrt{2}\cos\theta\\ y=2\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）交 x 轴于 A、B 两点，曲线 C 是以 AB 为长轴，离心率 $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆．

（1）求椭圆的标准方程；

（2）设 M 是直线 $x=-4$ 上的任一点，以 OM 为直径的圆交曲线 D 于 P，Q 两点（O为坐标原点）．若直线 PQ 与椭圆 C 交于 G，H 两点，交 x 轴于点 E，且 $\overrightarrow{EG}=3\overrightarrow{HE}$．试求此时弦 PQ 的长．

21．（本小题满分 13 分）

在数列$\{a_n\}$中，$a_1=a$（$a>2$）且 $a_{n+1}=\dfrac{{a_n}^2}{2(a_n-1)}(n\in N^*)$

（1）求证 $a_n>2(n\in N^*)$；（2）求证 $a_{n+1}<a_n(n\in N^*)$；

（3）若存在 $k\in N^*$，使得 $a_k\geq 3$，求证：$k<\dfrac{\ln\dfrac{3}{a}}{\ln\dfrac{3}{4}}+1$．

合肥市2010年高三第四次教学质量检测

数学试题参考答案及评分标准（理）

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	A	D	D	D	C	A	B	C

二、填空题

11．3　　12．$-\dfrac{11}{32}$　　13．$[-6a-6,7a-6]$　　14．$(1,2)$

15．　②⑤

三、解答题

16．解：（1）$f(x)=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2-2=1-\cos(2\omega x+2\phi)$.…………………2分

由题意知 $T=\dfrac{2\pi}{|2\omega|}=4$，$\therefore\omega=\dfrac{\pi}{4}$，……………………………………………4分

又图象过A，则$\dfrac{3}{2}=1-\cos(\dfrac{\pi}{2}\times1+2\phi)$，$\sin2\phi=\dfrac{1}{2}$，

又$0<\phi<\dfrac{\pi}{4}$，$\therefore\phi=\dfrac{\pi}{12}$，$\therefore f(x)=1-\cos(\dfrac{\pi}{2}x+\dfrac{\pi}{6})$…………………………6分

（2）由$2k\pi\le\dfrac{\pi}{2}x+\dfrac{\pi}{6}\le2k\pi+\pi$，得

$4k-\dfrac{1}{3}\le x\le4k+\dfrac{5}{3}(k\in Z)$，∴递增区间为$\left[4k-\dfrac{1}{3},4k+\dfrac{5}{3}\right]$（$k\in Z$）.……12分

17．解：记事件$A=$“成功预约甲场馆”，$B=$“成功预约乙场馆”，$C=$“成功预约丙场馆”，$D=$“成功预约丁场馆”，则由已知事件A,B,C,D相互独立，且它们的对立事件$\overline{A},\overline{B},\overline{C},\overline{D}$也相互独立．……………………………………………………………2分

（1）张华能成功预约甲、乙、丙、丁中两个场馆的概率为

$$P=P(A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D})+P(A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D})+P(A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot D)+P(\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot\overline{D})+P(\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D)$$

$+P(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D)=\ \frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\times(\frac{2}{5})^2+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\ \frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+\ \frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\ +$ $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times(\frac{3}{5})^2=\frac{234}{625}$.……………………………………………5 分

（2）由（1）$P(\xi=2)=\frac{234}{625}$,

同（1）可得

$P(\xi=0)=P(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D})=\frac{3}{5}\times(\frac{2}{5})^3=\frac{24}{625}$,

$P(\xi=3)=\ P(A\cdot B\cdot C\cdot\overline{D})+P(A\cdot B\cdot\overline{C}\cdot D)+P(A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D)+P(\overline{A}\cdot B\cdot C\cdot D)$

$=\frac{2}{5}\times(\frac{3}{5})^2\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times(\frac{3}{5})^2+(\frac{3}{5})^4=\frac{189}{625}$

$P(\xi=4)=P(A\cdot B\cdot C\cdot D)=\frac{2}{5}\times(\frac{3}{5})^3=\frac{54}{625}$

$P(\xi=1)=1-P(\xi=0)-P(\xi=2)-P(\xi=3)-P(\xi=4)=\frac{124}{625}$,

$\therefore$分布列为

…

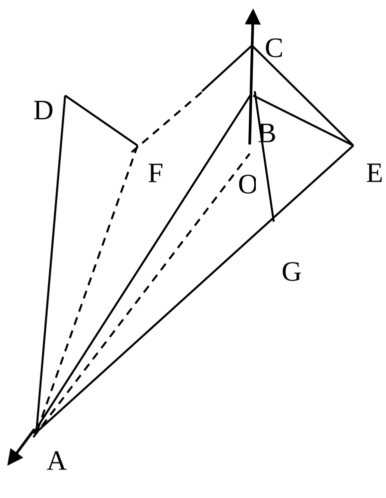
ξ	0	1	2	3	4
P	$\frac{24}{625}$	$\frac{124}{625}$	$\frac{234}{625}$	$\frac{189}{625}$	$\frac{54}{625}$

… … …

…………………………………………………………………………… 10 分

$\therefore E\xi=0\times\frac{24}{625}+1\times\frac{124}{625}+2\times\frac{234}{625}+3\times\frac{189}{625}+4\times\frac{54}{625}=\frac{11}{5}$ ………… 12 分

18．解：（1）方法一：以 EF 的中点 O 为原点，OA 为 x 轴，OE 为 y 轴，OC 为 z 轴建立直角坐标系，则 C（0 ，0 ，1），A（3 ，0 ，0），E（0 ，1 ，0），解正方形可得



$B(\frac{3}{5},\frac{4}{5},\frac{2\sqrt{10}}{5}),D(\frac{3}{5},-\frac{4}{5},\frac{2\sqrt{10}}{5})$

$\therefore\overrightarrow{AC}=(-3,0,1),\overrightarrow{BD}=(0,-\frac{8}{5},0)$

$\because\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\therefore\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ 6 分

（2）$\because \mathrm{OA} \perp$ 面CEF,$\therefore$ 面CEF的法向量为$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = (3, 0, 0)$

设面 ABE 的法向量为$\vec{n} = (x, y, z)$

$\because \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{EA} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{EB} \end{cases}$，得$\begin{cases} (x, y, z)\cdot(3,-1,0) = 0 \\ (x, y, z)\cdot(\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{2\sqrt{10}}{5}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

令 $x = 1$，得一个法向量为$\vec{n} = (1,3,0)$，设锐二面角为θ

则$\cos\theta = \left|\dfrac{\overrightarrow{OA}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{OA}|\cdot|\vec{n}|}\right| = \left|\dfrac{3}{3\cdot\sqrt{10}}\right| = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$ $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ 12 分

方法二（1）过 D 作 $DH \perp AF$ 于 H，过 B 作 $BG \perp AE$ 于 G.

$\because \Delta ABE \cong \Delta ADF, \therefore BG = DH$

又面$ABG \perp$ 面AEF,$\therefore$ DH $\perp$ 面AEF,$\therefore$ BG//DH

故四边形BDHG为平行四边形,$\therefore$ BD//GH

取 EF 中点为 O，连 CO、AO

则$CO \perp EF, AO \perp EF$，$\therefore EF \perp$ 面ACO

又 GH//EF，$\therefore$ BD//EF，$\therefore$ BD $\perp$ 面ACO，$\therefore$ BD $\perp$ AC $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ 6 分

(2) $\because$ 面ABE $\perp$ 面AEF，面CEF $\perp$ 面AEF

$\therefore$ 面ABE与面CEF的交线必与面AEF垂直，

故$\angle$AEF为二面角平面角。

在ΔAEF中，$\mathrm{AE} = \sqrt{10}, EF = 2,$

$\therefore \cos\angle AEF = \dfrac{\frac{EF}{2}}{AE} = \dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$

故二面角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$。 $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ 12 分

19．**解：**（1）由 $f'(x) = e^x - a = 0$，得 $x = \ln a$． $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ 1 分

①当 $a \in (0,1]$ 时，$f'(x) = e^x - a > 1 - a \geq 0 (x > 0)$．此时 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增．函数无极值． $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ 3 分

②当 $a\in(1,+\infty)$ 时， $\ln a>0$.

当 x 变化时 $f'(x)$，$f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(0,\ln a)$	$\ln a$	$(\ln a,+\infty)$
$f'(x)$	−	0	+
$f(x)$	单减	极小值	单增

由此可得，函数有极小值且 $f(x)_{极小}=f(\ln a)=a-a(\ln a-1)=2a-a\ln a$. …… 6 分

（2）

$g(x)=f(2x)=e^{2x}-a(2x-1),g(0)=1+a$ ………………………………………… 8 分

切线斜率为 $k=g'(0)=2-2a$ ，切线方程 $y-(1+a)=(2-2a)(x-0)$ ， 10 分

由 $x=0,y=1+a,$由$y=0,x=\dfrac{a+1}{2(a-1)}$

$\therefore S(a)=\dfrac{1}{2}(a+1)\dfrac{a+1}{2(a-1)}=\dfrac{a^2+2a+1}{4(a-1)}=\dfrac{(a-1)^2+4a}{4(a-1)}$

$=\dfrac{1}{4}\dfrac{(a-1)^2+4(a-1)+4}{a-1}=\dfrac{1}{4}[(a-1)+\dfrac{4}{a-1}+4]$

$\geq\dfrac{1}{4}[2\sqrt{(a-1)\dfrac{4}{a-1}}+4]=2$

当且仅当 $(a-1)^2=4$ ，即 $a=3$ 时取等号.

$\therefore$当$a=3$时，S(a)最小值为2 . ……………………………………………… 13 分

20．解：（1）圆方程由参数方程可化为 $x^2+y^2=8$ 交 x 轴于 A$(-2\sqrt{2},0)$ ，B$(2\sqrt{2},0)$

依题意，设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ，则 $a=2\sqrt{2}$ ， $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{c}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ，得 $c=2$

$\therefore b^2=a^2-c^2=8-4=4$

$\therefore$ 椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ ………………………………………………… 5 分

（2）设直线 $x=-4$ 上任一点 M$(-4,t)$，则以 OM 为直径的圆方程为

$x(x+4)+y(y-t)=0$，即 $x^2+y^2+4x-ty=0$．

又⊙O 方程为 $x^2+y^2=8$，$\therefore$ 直线 PQ 方程为 $4x-ty=-8$，

令 $y=0$，得 $x=-2$，∴点 E 的坐标为 $(-2,0)$．

由 $\begin{cases}4x-ty=-8\\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1\end{cases}$ 得 $(t^2+32)y^2-16ty-64=0$ ……………………………… 8 分

设 G(x_1,y_1)，H(x_2,y_2)，则 $y_1+y_2=\dfrac{16t}{t^2+32}$ ①

$y_1\cdot y_2=-\dfrac{64}{t^2+32}$ ②

又 $\overrightarrow{EG}=(x_1+2,y_1),\overrightarrow{HE}=(-2-x_2,-y_2),\overrightarrow{EG}=3\overrightarrow{HE}$

$\therefore y_1=-3y_2$ ③

由①②③解得 $t=\pm4$

$\therefore PQ$ 方程：$x+y=-2$或$x-y=-2$

$\therefore$ 圆心 O 到 $x+y=-2$或$x-y=-2$的距离 $d=\dfrac{|2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$\therefore \dfrac{1}{2}|PQ|=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$

$\therefore |PQ|=2\sqrt{6}$ 即弦 PQ 的长为 $2\sqrt{6}$ ……………………………………… 13 分

21．证明：（1）（解法一）①当 n=1 时，$a_1=a>2$，命题成立；…… 1 分

②设当 n=k 时（$k\geq1$且 n$\in N^*$）命题成立，即 $a_k>2$

而 $n=k+1$时，$a_{k+1}=\dfrac{a_k{}^2}{2(a_k-1)}=\dfrac{1}{2}[(a_k-1)+\dfrac{1}{a_k-1}+2]$

$\because a_k > 2$，$\therefore a_k - 1 > 1$，$\therefore a_k - 1 \neq \dfrac{1}{a_k - 1}$，$\therefore (a_k - 1) + \dfrac{1}{a_k - 1} > 2$

$\therefore a_{k+1} > \dfrac{1}{2}[2+2] = 2$，$\therefore n = k+1$时，$a_{k+1} > 2$，命题也成立

由①②对一切$n \in N^*$有$a_n > 2$………………………………… 5 分

（解法二）（反证法）当$a_n = 2$时解得$a_{n-1} = 2$，$\therefore a_2 = 2$，$a_1 = 2$矛盾

当$a_n < 2$时，$\dfrac{a_{n-1}{}^2}{2(a_{n-1}-1)} < 2$，则$\dfrac{(a_{n-1}-2)^2}{2(a_{n-1}-1)} < 0$

$\because a_{n-1} - 1 < 0$则有$a_{n-1} < 1$，那么有$a_1 < 1$矛盾

$\therefore a_n > 2$…………………………………………………………… 5 分

（2）$a_{n+1} - a_n = \dfrac{-a_n(a_n - 2)}{2(a_n - 1)}$

$\because a_n > 2$，$\therefore a_{n+1} - a_n < 0$，$\therefore a_{n+1} < a_n$………………………… 8 分

（3）$\because a_{n+1} < a_n$，$a_k \geq 3$

$\therefore a_1 > a_2 > a_3 > \cdots > a_{k-1} > a_k \geq 3$

$\therefore \dfrac{a_k}{a_{k-1}} = \dfrac{a_{k-1}}{2(a_{k-1}-1)} = \dfrac{1}{2}[1 + \dfrac{1}{a_{k-1}-1}] < \dfrac{1}{2}(1 + \dfrac{1}{3-1}) = \dfrac{3}{4}$

即$\dfrac{a_k}{a_{k-1}} < \dfrac{3}{4}$

$\therefore a_k = a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \dfrac{a_3}{a_2} \cdots\cdots \dfrac{a_k}{a_{k-1}} < a_1 \cdot \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{3}{4} \cdots\cdots \dfrac{3}{4} = a(\dfrac{3}{4})^{k-1}$

$\therefore 3 \leq a_k < a(\dfrac{3}{4})^{k-1}$，$\therefore a(\dfrac{3}{4})^{k-1} > 3$，$\because a > 3, \therefore (\dfrac{3}{4})^{k-1} > \dfrac{3}{a}$

$\therefore (k-1)\ln\dfrac{3}{4} > \ln\dfrac{3}{a}$，又$\ln\dfrac{3}{4} < 0$

$\therefore k < \dfrac{\ln\frac{3}{a}}{\ln\frac{3}{4}} + 1$…………………………………………………… 13 分